

## بهینه سازی نوآورانه پرتفولیو سهام: یک رویکرد بهینه یکپارچه با استفاده از الگوریتم PSO و بدترین حالت CVaR -

### کاپولای پویا برای عملکرد پیشرفته

وحید ساعی<sup>۱</sup>، یعقوب پورکریم<sup>۲</sup>، سید علی پایتختی اسکونی<sup>۳</sup>، رسول برادران حسن زاده<sup>۴</sup>، مهدی زینالی<sup>۵</sup>

### چکیده :

بهینه سازی پرتفوی یکی از اساسی ترین مباحث در مدیریت سرمایه است که هدف آن، دستیابی به تعادلی مطلوب میان بازدهی و ریسک در ترکیب دارایی هاست. نظریه پرتفوی مدرن (MPT) با در نظر گرفتن همبستگی میان دارایی ها و بهره گیری از تحلیل میانگین-واریانس، گامی بزرگ در بهبود ساختار پرتفوی برداشته است. با این حال، پیچیدگی های ذاتی بازارهای مالی و ضرورت در نظر گرفتن ریسک های سنگین و پویایی وابستگی میان دارایی ها، سبب شده تا روش های پیشرفته تری همچون بهینه سازی مبتنی بر مقدار شرطی ارزش در معرض ریسک (CVaR) و رویکردهای چندهدفه مطرح شوند. در این پژوهش، با استفاده از تکنیک کاپولای پویا برای ارزیابی وابستگی و در نظر گرفتن معیارهای ارزش در معرض ریسک و بازدهی، یک مدل چندهدفه برای انتخاب پرتفوی بهینه ارائه می شود. هسته اصلی روش پیشنهادی، به کارگیری الگوریتم فراابتکاری ازدحام ذرات (PSO) است که ضمن در نظر گرفتن ملاحظات چندهدفه، پتانسیل بالایی در جستجوی فضای راه حل و همگرایی به جواب های بهینه دارد. داده های مورد استفاده شامل اطلاعات شرکتهای پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران است که در محیط نرم افزاری Python پیاده سازی و تحلیل شده اند. نتایج حاصل نشان می دهد که مدل مبتنی بر PSO، در مقایسه با رویکردهای کلاسیک مانند مارکویتز و حتی پرتفوی های با وزن برابر، کارایی بالاتری از خود نشان می دهد و می تواند با مدیریت پویای ریسک و توجه همزمان به چندین هدف، گزینه های جذابتری را برای سرمایه گذاران فراهم سازد.

**واژه های کلیدی:** بهینه سازی پرتفولیو، مدل میانگین - واریانس، کاپولای پویا، بهینه سازی، الگوریتم فرا ابتکاری

طبقه بندی JEL: C02-C38-C61-G11

<sup>۱</sup> mehdi.farzi3357@iaut.ac.ir

<sup>۲</sup> pour Karim @ iaut.ac.ir

<sup>۳</sup> oskooe@iaut.ac.ir

<sup>۴</sup> baradaran313@iaut.ac.ir

<sup>۵</sup> zeynali@iaut.ac.ir

<sup>۱</sup> گروه حسابداری، واحد تبریز، دانشگاه آزاد اسلامی، تبریز، ایران

<sup>۲</sup> گروه حسابداری، واحد تبریز، دانشگاه آزاد اسلامی، تبریز، ایران

<sup>۳</sup> گروه اقتصاد، واحد تبریز، دانشگاه آزاد اسلامی، تبریز، ایران

<sup>۴</sup> گروه حسابداری، واحد تبریز، دانشگاه آزاد اسلامی، تبریز، ایران

<sup>۵</sup> گروه حسابداری، واحد تبریز، دانشگاه آزاد اسلامی، تبریز، ایران

# Innovative Stock Portfolio Optimization: An Integrated Approach Using PSO Algorithm and Worst-Case CVaR with Dynamic Copula for Enhanced Performance

## Abstract

Portfolio optimization is a fundamental concept in investment management, aiming to strike an optimal balance between return and risk in asset allocation. Modern Portfolio Theory (MPT), which takes into account correlations among assets and employs mean-variance analysis, represents a significant advancement in portfolio construction. Nevertheless, the inherent complexities of financial markets—along with the need to address heavy-tail risks and dynamic dependencies—have motivated the development of more sophisticated techniques, such as Conditional Value-at-Risk (CVaR) optimization and multi-objective approaches. In this study, we propose a novel multi-objective portfolio selection model by integrating a dynamic copula framework for dependency modeling and incorporating both return and CVaR as key objectives. The core of our method is the Particle Swarm Optimization (PSO) metaheuristic, which effectively explores the solution space and converges to optimal solutions while handling multiple objectives simultaneously. We implement and evaluate our model using data from companies listed on the Tehran Stock Exchange, employing Python for coding and analysis. The results reveal that the PSO-based model outperforms classical approaches—such as the Markowitz model and equally weighted portfolios—by offering superior dynamic risk management and delivering more attractive investment opportunities for investors.

**Keywords:** Portfolio Optimization, Mean-Variance Model, Dynamic Copula, Optimization, Metaheuristic Algorithm

## مقدمه

در دنیای پیچیده و پویای مدیریت مالی، بهینه‌سازی پرتفوی به عنوان فرآیندی بنیادی و چندبعدی مطرح است که هدف اصلی آن ایجاد تعادلی دقیق بین بازدهی و ریسک، پاسخگویی به نیازهای سرمایه‌گذاران و تطبیق با نوسانات متغیر بازار می‌باشد. از زمان معرفی نظریه پرتفوی مدرن<sup>۱</sup> (MPT) توسط مارکوویتز<sup>۲</sup> (۱۹۵۲) که بر پایه تحلیل میانگین - واریانس، چارچوبی ریاضی برای ساخت سبد های کارا ارائه داد، این حوزه دستخوش تحولات چشمگیری شده است. با این حال، با ظهور نوسانات شدید و متغیر در بازارهای مالی، به ویژه در بازارهای نوظهور مانند بورس اوراق بهادار تهران، مشخص شد که مدل های کلاسیک قادر به پوشش کامل جنبه های واقعی و پیچیده رفتار دارایی ها نیستند (چن<sup>۳</sup> و همکاران، ۲۰۲۱؛ آلتایبی<sup>۴</sup> و همکاران، ۲۰۲۲؛ رضاشاطری و همکاران، ۱۴۰۳). به عنوان مثال، وابستگی های غیرخطی بین دارایی ها که در شرایط بحران مالی تشدید می شوند، در مدل های سنتی با فرض ثبات پارامترها نادیده گرفته می شوند. این محدودیت ها موجب شده است پژوهشگران به سمت توسعه معیارهای ریسک پیشرفته و رویکردهای ترکیبی حرکت کنند، که در آنها همبستگی پویا و ناهمسانی واریانس به صورت همزمان مدلسازی می شوند (بولرسلف<sup>۵</sup>، ۱۹۸۶، پتون<sup>۶</sup>، ۲۰۱۲). یکی از چالش های اساسی در این مسیر، مدلسازی دقیق وابستگی های بین دارایی ها است. در این زمینه، توابع کاپولا<sup>۷</sup> به عنوان ابزاری انقلابی مطرح شده اند که امکان جداسازی مدلسازی توزیع حاشیه ای

<sup>1</sup> Modern Portfolio Theory

<sup>2</sup> Marquitz

<sup>3</sup> Chen

<sup>4</sup> Alotaibi

<sup>5</sup> Bollerslev

<sup>6</sup> Patton

<sup>7</sup> Copula

هر دارایی از ساختار وابستگی بین آن‌ها را فراهم می‌کنند (اسکلار<sup>۱</sup>، ۱۹۵۹). برای نمونه، در بازارهایی مانند بورس تهران که تحت تأثیر نوسانات سیاسی و اقتصادی قرار دارد، کاپولاهای پویا با به‌کارگیری تکنیک پنجره لغزشی این قابلیت را دارند که تغییرات ساختاری در وابستگی‌ها را در طول زمان بازتاب دهند (پتون، ۲۰۱۲). این رویکرد نه تنها دقت پیش‌بینی ریسک را افزایش می‌دهد، بلکه از ارزیابی‌های نادرست ناشی از فرض ایستایی پارامترها جلوگیری می‌کند. افزون بر این، ادغام کاپولاها با مدل‌های GARCH که ناهمسانی واریانس را در سری‌های زمانی مالی مدل می‌کنند، امکان ثبت نوسانات پویای بازار را فراهم می‌آورد (انجل<sup>۲</sup>، ۱۹۸۹). این ترکیب، چارچوبی جامع ایجاد می‌کند که هم نوسانات فردی دارایی‌ها و هم ساختار وابستگی بین آن‌ها را به‌صورت همزمان پوشش می‌دهد.

در کنار این پیشرفت‌ها، انتخاب معیار ریسک مناسب نیز نقش تعیین‌کننده‌ای دارد. اگرچه ارزش در معرض ریسک (VaR) به‌طور گسترده در صنعت مالی استفاده می‌شود، ناتوانی آن در ارزیابی ریسک‌های دم توزیع بازدهی‌ها که در بحران‌های مالی به شدت نمایان می‌شوند، موجب شده است ارزش در معرض ریسک شرطی (CVaR) به عنوان جایگزینی دقیق‌تر مورد توجه قرار گیرد (روکافلر و اوریاسف<sup>۳</sup>، ۲۰۰۰).

در این پژوهش، با تمرکز بر بهترین حالت CVaR (WCVaR) که ریسک را در شرایط بحرانی بازار، مانند شوک‌های اقتصادی ناگهانی، ارزیابی می‌کند، مدلی واقع‌گراتر برای بازارهای پرنوسان طراحی شده است. این معیار، همراه با نسبت شارپ که توازن بین بازدهی و ریسک را اندازه‌گیری می‌کند، پایه‌ای برای بهینه‌سازی چندهدفه تشکیل می‌دهد که امکان انعطاف‌پذیری در انتخاب پرتفوی را بر اساس ترجیحات سرمایه‌گذاران فراهم می‌کند. با این حال، پیچیدگی محاسباتی ناشی از ادغام این مفاهیم پیشرفته، استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری را اجتناب‌ناپذیر ساخته است. الگوریتم ازدحام ذرات<sup>۴</sup> (PSO) که اولین بار توسط کندی و ابرهارت<sup>۵</sup> (۱۹۹۵) معرفی شد، به دلیل توانایی جستجوی کارآمد در فضای پارامتری پیچیده و جلوگیری از به دام افتادن در بهینه‌های موضعی، به عنوان روشی مؤثر برای تخمین پارامترهای توابع کاپولا و وزن‌های اهداف چندگانه در این پژوهش انتخاب شده است. این الگوریتم با شبیه‌سازی رفتار جمعی پرندگان، راه‌حل‌ها را در فضای جستجو به‌صورت پویا به‌روزرسانی می‌کند و همگرایی سریع به سمت جواب‌های بهینه را تضمین می‌نماید.

بنابراین، در این پژوهش سه هدف عمده مدنظر محققین می‌باشد:

۱. مدل‌سازی ناهمسانی واریانس با استفاده از GARCH برای هر دارایی، که نوسانات پویا و وابسته به زمان را ثبت می‌کند.

<sup>1</sup> Sklar

<sup>2</sup> Engle

<sup>3</sup> Rockafellar & Uryasev

<sup>4</sup> Particle Swarm Optimization

<sup>5</sup> Kennedy & Eberhart

۲. مدل سازی وابستگی پویا با به کارگیری توابع کاپولای متغیر زمانی، نرمال، استیودنت - تی، گامبل<sup>۱</sup>، فرانک<sup>۲</sup> و کلایتون<sup>۳</sup> که با تکنیک پنجره لغزشی به روزرسانی می شوند.

۳. بهینه سازی چند هدفه یکپارچه که همزمان به حداقل رساندن WCVaR و حداکثر سازی نسبت شارپ را دنبال می کند.

مدل  $GARCH-dCopula$  بهینه شده با PSO نشان می دهند که چگونه تغییرات در وزن های اهداف می تواند توازن بین بازدهی و ریسک را به طور چشمگیری تحت تأثیر قرار دهد، و به سرمایه گذاران اجازه می دهد تا استراتژی های خود را با توجه به تحمل ریسک شخصی تنظیم نمایند. در نهایت، این پژوهش با ارائه مدلی یکپارچه که هم به پویایی بازار پاسخ می دهد و هم ترجیحات چندگانه سرمایه گذاران را در نظر می گیرد، گامی نوآورانه در حوزه بهینه سازی پرتفوی برداشته است. نتایج حاصل از کاربرد این مدل در داده های واقعی بورس تهران نشان می دهد که رویکرد پیشنهادی نه تنها دقت پیش بینی ریسک را بهبود می بخشد، بلکه انعطاف پذیری لازم برای تطابق با تغییرات ساختاری بازار را نیز فراهم می کند. این مدل می تواند به عنوان پایه ای برای توسعه ابزارهای مدیریت ریسک در مؤسسات مالی و طراحی سیاست های تخصیص دارایی در بازارهای نوظهور مورد استفاده قرار گیرد.

## ۱. پیشینه تحقیق

بهینه سازی سبد سرمایه گذاری از زمان معرفی مدل میانگین - واریانس مارکویتز (۱۹۵۲) به عنوان سنگ بنای نظریه مدرن پرتفوی شناخته شده است. این مدل با تعریف ریسک به عنوان واریانس بازدهی و هدف قرار دادن بهینه سازی بازده در سطح مشخصی از ریسک، چارچوبی ریاضی برای ساخت سبدهای کارا ارائه کرد. با این حال، انتقادات گسترده ای به محدودیت های این مدل وارد شد، از جمله فرض توزیع نرمال بازدهی ها و ناتوانی در مدل سازی ریسک نامتقارن. در پاسخ به این محدودیت ها، پژوهشگران معیارهای ریسک جایگزینی مانند نیمه واریانس را معرفی کردند که تنها انحرافات منفی از بازده مورد انتظار را در نظر می گیرد (سیلوا<sup>۴</sup> و همکاران، ۲۰۱۹). مطالعاتی مانند تحقیق ایازی و ابطحی (۱۳۹۹) نشان دادند که مدل میانگین - نیمه واریانس در مقایسه با مدل کلاسیک مارکویتز، عملکرد بهتری در بازارهای با توزیع نامتقارن بازدهی دارد، به ویژه در بورس تهران که نوسانات سیاسی و اقتصادی تأثیر قابل توجهی بر رفتار دارایی ها می گذارد.

با افزایش پیچیدگی مسائل واقعی (مانند محدودیت های وزنی، تعداد بالای دارایی ها، و قیود عملیاتی)، استفاده از روش های تحلیلی کلاسیک با چالش مواجه شد. این امر منجر به ظهور الگوریتم های فراابتکاری شد که توانایی حل مسائل بهینه سازی غیرخطی و گسسته را دارند. برای مثال، داودی فر (۱۳۹۹) در مطالعه ای بین المللی، کارایی الگوریتم های ژنتیک (GA)، ازدحام ذرات (PSO)، و بهینه سازی کلونی مورچگان (ACO) را در بهینه سازی سبد مبتنی بر نیمه واریانس مقایسه کرد و نشان داد که GA با ارائه کمترین ریسک و بیشترین بازدهی، برتری قابل توجهی دارد. این یافته ها با نتایج راعی و همکاران (۱۳۹۸) در بورس تهران همسوست که استفاده از PSO را در ترکیب با مدل های ARIMA-GARCH برای پیش بینی ریسک

<sup>1</sup> Gumbel

<sup>2</sup> Frank

<sup>3</sup> Clayton

<sup>4</sup> Dynamic Copula

<sup>5</sup> Silva

و بازده، مؤثرتر از روش‌های کلاسیک ارزیابی کردند. همزمان، ادغام رویکردهای چندهدفه به عنوان راهکاری برای تعادل بخشی بین معیارهای متناقضی مانند بازدهی، ریسک، و تنوع سبد مورد توجه قرار گرفت. پژوهش سیلوا و همکاران (۲۰۱۹) با استفاده از الگوریتم PSO و رتبه‌بندی تطبیقی، نشان داد که مدل‌های چندهدفه نه تنها انعطاف‌پذیری بیشتری در انتخاب سبد ارائه می‌دهند، بلکه از نظر پایداری در شرایط نوسانات بازار نیز برتری دارند. این موضوع در مطالعه واعظی و همکاران (۱۴۰۰) نیز تأیید شد که با توسعه مدل کوله‌پشتی و اعمال قیود کلاسبندی سهام، بهینه‌سازی سبد را با در نظر گرفتن ریسک‌پذیری سرمایه‌گذاران بهبود بخشیدند.

در سال‌های اخیر، ادغام روش‌های یادگیری ماشین و یادگیری عمیق با تئوری پرتفوی، افق‌های جدیدی را گشوده است. چن و همکاران (۲۰۲۱) با ترکیب مدل XGBoost برای پیش‌بینی قیمت سهام و بهینه‌سازی پس از آن با مدل میانگین-واریانس، نشان دادند که این رویکرد هیبریدی نسبت به روش‌های سنتی، بازدهی بالاتر و ریسک کمتری ایجاد می‌کند. این روند در مطالعه ما<sup>۱</sup> و همکاران (۲۰۲۳) با استفاده از شبکه‌های رمزنگار خودکار<sup>۲</sup> و LSTM برای پیش‌بینی و بهینه‌سازی سبد، به اوج خود رسید و نشان داد که مدل‌های مبتنی بر یادگیری عمیق حتی پس از کسر هزینه‌های معاملاتی، عملکرد مالی برتری دارند. از سوی دیگر، مدل‌سازی ریسک‌های بازار با معیارهایی مانند CVaR و WCVaR توجه ویژه‌ای را به خود جلب کرده است. آلتایبی و همکاران (۲۰۲۲) با معرفی رویکرد GARCH-Copula-WCVaR، نشان دادند که ادغام مدل‌های ناهمسانی واریانس (GARCH) و توابع کاپولا می‌تواند ارزیابی دقیق‌تری از ریسک‌های دم توزیع در بازارهای مالی نوظهور ارائه دهد. این یافته‌ها با نتایج تقی‌خواه خمایی و صلاحی (۱۳۹۸) همخوانی دارد که با استفاده از مدل‌های استوار تحت عدم قطعیت، از نوسانات شدید بازدهی در شاخص EuroStoxx 50 جلوگیری کردند.

شبکه‌های عصبی پیشرفته نیز به عنوان ابزاری تحول‌آفرین در این حوزه مطرح شده‌اند. اشرفزاده و همکاران (۱۴۰۲) با ترکیب شبکه‌های عصبی پیچشی<sup>۳</sup> (CNN) و الگوریتم PSO، چارچوبی برای پیش‌انتخاب سهام و بهینه‌سازی سبد ارائه دادند که عملکرد مالی آن در مقایسه با روش‌های کلاسیک برتری قابل توجهی نشان می‌دهد. این رویکردها در مطالعه اروین و انگلبرشت<sup>۴</sup> (۲۰۲۳) با معرفی SBPSO (بهینه‌سازی ازدحام ذرات مبتنی بر مجموعه راهنما) برای مسائل چندهدفه، تکامل یافت و نشان داد که تنوع راه‌حل‌های بهینه می‌تواند انعطاف‌پذیری استراتژی‌های سرمایه‌گذاری را افزایش دهد.

با وجود پیشرفت‌های چشمگیر، چالش‌های عمده‌ای همچون مدل‌سازی پویای وابستگی‌های بین‌المللی دارایی‌ها تحت تأثیر تحریم‌ها و شوک‌های ژئوپلیتیک، ادغام داده‌های غیرساختاریافته (مانند اخبار و شبکه‌های اجتماعی) در فرآیند بهینه‌سازی، و بهبود تفسیرپذیری مدل‌های مبتنی بر یادگیری عمیق هنوز پابرجاست. پژوهش حاضر با تلفیق مدل‌های پویای GARCH-Copula، معیار WCVaR و الگوریتم‌های فراابتکاری پیشرفته، درصدد است تا این شکاف‌ها را پر کند و چارچوبی جامع برای بازارهای نوظهور نظیر بورس تهران ارائه دهد.

<sup>1</sup> Ma

<sup>2</sup> Autoencoder

<sup>3</sup> Convolutional Neural Network

<sup>4</sup> Erwin & Engelbrecht

## ۲. روش تحقیق

تحقیق حاضر از نظر هدف کاربردی و از نظر روش جز تحقیقات توصیفی است. داده‌های مورد استفاده در تحقیق نیز داده‌های قیمتی سهام پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران هستند. به منظور پیاده‌سازی مدل نیز از نرم افزار Python استفاده می‌شود.

### ۱.۳. داده‌ها

نمونه‌های آماری تحقیق حاضر شرکت‌های فعال بورس اوراق بهادار تهران از سال ۱۳۹۱ تا ۱۴۰۲ است که با استفاده از روش حذف سیستماتیک انتخاب می‌شوند. بنابراین به دنبال شرکت‌هایی هستیم که:

- ۱- اطلاعات آن از سال ۱۳۹۱ تا ۱۴۰۲ در دسترس باشد.
  - ۲- از سال ۱۳۹۱ تا ۱۴۰۲، بیش از ۶ ماه بصورت مداوم بسته نبوده باشند.
  - ۳- از سال ۱۳۹۱ تا ۱۴۰۲، در هر سال حداقل ۱۴۰ روز معاملاتی داشته باشند.
- بر اساس آمار سایت [tse.ir](http://tse.ir) تا انتهای سال ۱۴۰۲ تعداد ۳۸۸ شرکت در بورس اوراق بهادار تهران پذیرفته شده‌اند. با نظر گرفتن محدودیت‌های فوق، تعداد ۱۱۷ شرکت از ۲۴ صنعت مختلف انتخاب شدند. نحوه غربالگری شرکت‌ها در جدول ۱ نشان داده شده است. داده‌های قیمت تعدیل شده (افزایش سرمایه + تقسیم سود) این شرکت‌ها از سایت بورس اوراق بهادار به نشان [tsetmc.com](http://tsetmc.com) جمع‌آوری می‌شود.

جدول ۱. روند غربالگری شرکت‌های بورس اوراق بهادار تهران

| ردیف | نوع غربالگری                                                       | تعداد شرکت |
|------|--------------------------------------------------------------------|------------|
| ۱    | دارای سابقه معاملاتی از فروردین سال ۱۳۹۱ تا انتهای سال ۱۴۰۲ نیستند | ۱۶۵        |
| ۲    | بیش از ۶ ماه بسته به صورت مداوم بودند                              | ۴۱         |
| ۳    | کمتر از ۱۴۰ روز معاملاتی در سال دارند                              | ۶۵         |
|      | تعداد کل                                                           | ۲۷۱        |

### ۲.۳. روش پیشنهادی

در این تحقیق به منظور تجزیه و تحلیل داده‌ها از مدل GARCH-dCopula بهینه شده با استفاده از الگوریتم فرا ابتکاری PSO استفاده شده است. از الگوریتم PSO به منظور بهینه‌سازی هایپرپارامترهای الگوریتم بهره گرفته می‌شود. همچنین از مدل GARCH-dCopula و بدترین حالت ارزش در معرض ریسک شرطی (WCVaR) به منظور انتخاب پرتفولیو استفاده می‌شود. فرایند بهینه‌سازی نیز بصورت یکپارچه و چندهدفه (با دو تابع هدف WCVaR و Sharp Ratio) خواهد بود.

شماتیک روش پیشنهادی بصورت شکل ۱ است. همانطور که از شکل مشخص است، بهینه‌سازی بصورت یکپارچه هست و همزمان تخمین بهینه وابستگی متغیر با زمان و وزن پرتفولیو از این طریق بدست می‌آید.

۱- محاسبه ترم پسماند سهام

۲- محاسبه وابستگی متغیر با زمان

در ادامه به تشریح هر یک از مراحل پرداخته می شود.

### ۱,۲,۳. مرحله اول: محاسبه ترم پسماند سهام

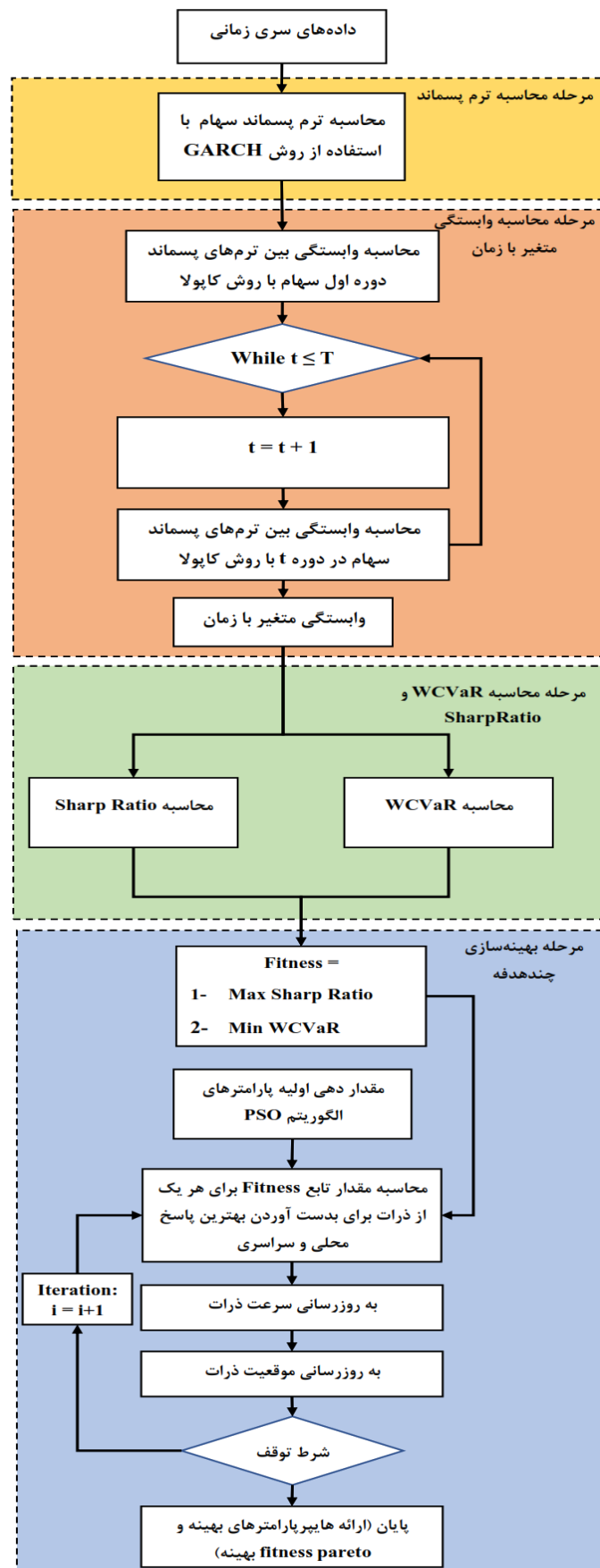
در این مرحله با استفاده از مدل GARCH و با ورود دیتای سری زمانی قیمت بسته شدن سهام به این مدل ابتدا به محاسبه بازدهی لگاریتمی آنها پرداخته و سپس ترم پسماند آنها محاسبه می شود. مدل GARCH یک مدل اقتصادی است که برای مدلسازی و پیش بینی واریانس نوسانات قیمت در بازارهای مالی استفاده می شود. این مدل معمولاً برای تحلیل داده های زمانی به کار می رود و به خصوص برای مدلسازی داده های با ویژگی های متغیر واریانس<sup>۱</sup> استفاده می شود. از مزایای این مدل می توان به توانایی مدلسازی تغییرات نوسانات قیمت در طول زمان و ارائه پیش بینی های دقیق تر برای واریانس نوسانات اشاره کرد (لامبرت و تراسویرتا<sup>۲</sup>، ۲۰۰۲).

مدل GARCH بصورت زیر بیان می شود:

---

<sup>۱</sup> heteroskedasticity

<sup>۲</sup> Lundbergh & Teräsvirta



شکل ۱. شماتیک روش پیشنهادی



$$\varepsilon_t = W_t \sqrt{\square_t} \quad (1)$$

$$\square_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \square_{t-j}$$

که در آن، بازدهی لگاریتمی قیمت سهام  $(p_i)$  است که از فرمول زیر محاسبه می‌شود:

$$r_t = \ln\left(\frac{p_t}{p_{t-1}}\right) \quad (2)$$

و  $h_t$  واریانس نوسانات،  $\varepsilon$  ترم پسماند و  $\alpha_0, \alpha_1, \beta > 0$  پارامترهای مدل هستند. همچنین  $p$  و  $q$  به ترتیب مرتبه فرایندهای ARCH و GARCH می‌باشند و در نتیجه آنرا بصورت  $GARCH(p,q)$  نمایش می‌دهند. از آنجایی که در اکثر داده‌های مالی با در نظر گرفتن مدل  $GARCH(1,1)$  مشکل ناهمسانی واریانس سری زمانی رفع می‌شود، در نتیجه در این پژوهش سری پسماندها با مدل  $GARCH(1,1)$  بدست می‌آیند. بنابراین داریم:

$$\varepsilon_t = W_t \sqrt{\square_t} \quad (3)$$

$$\square_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \square_{t-1}$$

### ۲،۲،۳. مرحله دوم: محاسبه وابستگی متغیر با زمان

در این مرحله، با استفاده از ترم‌های پسماند هر یک از سهام، وابستگی حاشیه‌ای آنها با استفاده از مدل‌های کاپولای جدول ۲ محاسبه می‌شود. از تکنیک پنجره لغزشی برای محاسبه وابستگی پویا استفاده می‌شود. مدل پیشنهادی برای مدل‌های مختلف کاپولا پیاده‌سازی می‌شود و در نهایت بهترین مدل کاپولا برای محاسبه وابستگی متغیر با زمان انتخاب می‌شود. در این پژوهش، برای استفاده از مدل کاپولای متغیر با زمان، از مفهوم پنجره لغزشی با اندازه ۲۵۲ نمونه (یک ساله) برای داده‌های روزانه استفاده می‌شود. اطلاعات مربوط به توابع کاپولا در خلاصه شده است. با در نظر گرفتن این مفهوم، مدل کاپولای متغیر با زمان به شکل زیر است:

$$F(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}, \dots, \varepsilon_{nt}) = C_t(F_{1t}(\varepsilon_{1t}), F_{2t}(\varepsilon_{2t}), \dots, F_{nt}(\varepsilon_{nt}); \theta_t) \quad (4)$$

که در آن  $\theta_t$  پارامتر همبستگی در پنجره  $t$  ام و  $\varepsilon_{it}$  ترم پسماند مدل GARCH است. با استفاده از پنجره لغزشی با ۲۵۲ نمونه به تخمین مقدار همبستگی در اولین پنجره با استفاده از تخمین‌گر حداکثر درست‌نمایی<sup>۱</sup> (CML) پرداخته می‌شود. این تابع به صورت زیر قابل تعریف است (گروس‌مس و پون<sup>۲</sup>، ۲۰۱۵):

$$\hat{\theta}_1 = \operatorname{argmax} \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \log(c(\hat{F}_1(\eta_{1,i}), \dots, \hat{F}_1(\eta_{n,i})); \theta) \quad (5)$$

که در آن  $K$  اندازه پنجره (در اینجا ۲۵۲) است. معادله فوق از نوع حداکثرسازی است و برای حل آن از الگوریتم فراابتکاری PSO استفاده خواهد شد. این روش به تعداد  $n-251$  مرتبه تکرار شده ( $n$ : تعداد مشاهدات) و به همین تعداد  $\theta_t$  بدست می‌آید.

<sup>1</sup> Canonical Maximum Likelihood

<sup>2</sup> Grossmass & Poon

جدول ۲. اطلاعات مدل‌های مختلف کاپولا

| وابستگی دم بالا                                            | وابستگی دم پایین                                           | تابع مولد                                                | دامنه پارامتر          | پارامتر  | تابع کاپولا |
|------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|------------------------|----------|-------------|
| .                                                          | .                                                          | ---                                                      | $(-1,1)$               | $\rho$   | نرمال       |
| $2_{v+1}\left(-\sqrt{\frac{(v+1)(1-\rho)}{1+\rho}}\right)$ | $2_{v+1}\left(-\sqrt{\frac{(v+1)(1-\rho)}{1+\rho}}\right)$ | ----                                                     | $\rho \in (-1,1)$      | $\rho$   | تی-استیودنت |
| .                                                          | $2^{-\frac{1}{\theta}}$                                    | $\frac{t^{-\theta}-1}{\theta}$                           | $(0,\infty)$           | $\theta$ | کلایتون     |
| $2-2^{\frac{1}{\theta}}$                                   | .                                                          | $(-\ln t)^{\theta}$                                      | $(1,\infty)$           | $\theta$ | گامبل       |
| .                                                          | .                                                          | $-\ln\left(\frac{e^{-\theta t}-1}{e^{-\theta}-1}\right)$ | $\theta \in R - \{0\}$ | $\theta$ | فرانک       |

#### ۱. کاپولای نرمال

ما<sup>۱</sup> و همکاران (۲۰۱۳) تابع کاپولای گاوسی<sup>۲</sup> (نرمال) را به صورت زیر تعریف کرده اند:

$$C^{Ga}(u, v; \rho) = \phi_{\rho}(\phi^{-1}(u), \phi^{-1}(v)) \quad (۶)$$

که  $\phi_{\rho}$  تابع توزیع استاندارد نرمال دو متغیره با ضریب همبستگی  $\rho \in (0,1)$  است. تابع توزیع توأم و چگالی توأم این کاپولا نیز به صورت زیر تعریف می شود:

$$\begin{cases} C^{Ga}(u, v; \rho) = \int_{-\square}^{\phi^{-1}(u)} \int_{-\square}^{\phi^{-1}(v)} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left(\frac{2uv - u^2 - v^2}{2(1-\rho^2)}\right) dudv \\ c^{Ga}(u, v; \rho) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \left(\frac{u^2 + v^2}{2} + \frac{2uv - u^2 - v^2}{1-\rho^2}\right) \end{cases} \quad (۷)$$

ضریب همبستگی رتبه ای کاپولای نرمال از رابطه زیر بدست می آید: (نلسن<sup>۳</sup>، ۲۰۰۶):

$$\tau = \frac{2}{\pi} \arcsin \rho \quad (۸)$$

برای این کاپولا، وابستگی دم - پایین و بالا برابر صفر ( $\lambda_v = 0, \lambda_u = 0$ ) است.

#### ۲. کاپولای استیودنت - تی

کاپولای تی - استیودنت با درجه آزادی  $v$  به صورت زیر قابل تعریف است:

$$t_v(x) = \int_{-\infty}^x \frac{\Gamma((v+1)/2)}{\sqrt{\pi}\Gamma(v/2)} \left(1 + \frac{s^2}{v}\right)^{-\frac{v+1}{2}} ds \quad (۹)$$

<sup>1</sup> Ma

<sup>2</sup> Gaussian

<sup>3</sup> Nelsen

تابع توزیع توأم دو متغیره این تابع کاپولا با ضریب همبستگی  $\rho$  نیز از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$T_{v,\rho}(x,y) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \left(1 + \frac{s^2 + t^2 - st\rho}{v(1-\rho^2)}\right)^{\frac{-v+2}{2}} ds dt \quad (10)$$

تابع توزیع تابع کاپولای تی - استیودنت عبارت است از (دوئارت و اوزاکی<sup>۱</sup>، ۲۰۲۳):

$$C(u,v) = T_{v,\rho}(t_v^{-1}(u), t_v^{-1}(v)) \quad (11)$$

که  $T_{v,\rho}$  توزیع دو متغیره،  $\rho$  ضریب همبستگی،  $v$  درجه آزادی و  $t_v^{-1}$  معکوس توزیع تک متغیره تی-استیودنت است. تابع ضریب همبستگی رتبه‌ای این کاپولا بصورت زیر قابل تعریف است: (نلسن، ۲۰۰۶):

$$\tau = \frac{2}{\pi} \arcsin \rho \quad (12)$$

کاپولای تی - استیودنت بطور همزمان دارای وابستگی دنباله‌ای دم - بالا و دم - پایین است که از رابطه زیر بدست می‌آید (دوئارت و اوزاکی، ۲۰۲۳):

$$\lambda_U = \lambda_L = 2t_{v+1} \left( \sqrt{\frac{(v+1)(1-\rho)}{1+\rho}} \right) \quad (13)$$

۳. کاپولای کلایتون

کاپولای کلایتون توسط کلایتون<sup>۲</sup> (۱۹۸۷) ارائه شد و تابع توزیع و تابع چگالی آن بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases} C(u,v) = \max\left((u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{\frac{-1}{\theta}}, 0\right) \\ c(u,v) = (\theta + 1)(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{(-2-\frac{1}{\theta})} (uv)^{(-\theta-1)}, \quad \theta > 0 \end{cases} \quad (14)$$

تابع کاپولای کلایتون دارای ویژگی‌های زیر است (کلایتون، ۱۹۸۷):

- اگر  $\theta \rightarrow 0$ ، در حالت توزیع‌های حاشیه‌ای مستقل از هم هستند.
- اگر  $\theta \rightarrow \infty$ ، در حالت تابع کاپولای کلایتون به کران بالایی فرشه - هافدینگ سوق پیدا می‌کند.
- تابع کاپولای کلایتون دارای وابستگی دم - پایین است. تابع مولد کاپولای کلایتون به‌صورت زیر بیان شده است:

$$\varphi(t) = \frac{t^{-\theta} - 1}{\theta} \quad (14)$$

ضریب همبستگی رتبه‌ای کاپولای کلایتون برابر است با (نلسن، ۲۰۰۶):

<sup>1</sup> Duarte & Ozaki

<sup>2</sup> Clayton

$$\tau = \frac{\theta}{\theta + 2} \quad (15)$$

وابستگی دم – بالای تابع کلایتون برابر صفر ( $\lambda_v = 0$ ) و وابستگی دم – پایین آن برابر است با (کایلئوت و گوئگان<sup>۱</sup>، ۲۰۰۵):

$$\lambda_L = 2^{-\frac{1}{\theta}} \quad (16)$$

۴. تابع کاپولای گامبل  
کاپولای گامبل در سال ۱۹۶۰ توسط گامبل ارائه شد و دارای توابع توزیع و چگالی به صورت است:

$$\begin{cases} C(u, v) = \exp\left(-((- \log u)^\theta + (\log v)^\theta)^{\frac{1}{\theta}}\right), & \theta \geq 1 \\ c(u, v) = \frac{[(- \log u)(- \log v)]^{\theta-1}}{uv} \left\{ (\theta - 1) \left[ ((- \log u)^\theta + (\log v)^\theta)^{\frac{1}{\theta}} \right] + 1 \right\} \end{cases} \quad (17)$$

این کاپولا دارای ویژگی‌های زیر است (گامبل، ۱۹۶۰):

- اگر  $\theta = 1$ ، در حالت توزیع‌های حاشیه‌ای مستقل از هم می‌شوند.
  - اگر  $\theta \rightarrow \infty$ ، در حالت تابع کاپولای گامبل به کران بالایی فرشه – هافدینگ سوق پیدا می‌کند.
  - تابع کاپولای گامبل تنها دارای وابستگی دم – بالا است.
- تابع مولد کاپولای گامبل نیز بصورت قابل تعریف است:

$$\varphi(t) = (-\ln t)^\theta \quad (18)$$

ضریب همبستگی رتبه‌ای کاپولای گامبل برابر است با (نلسن، ۲۰۰۶):

$$\tau = \frac{\theta - 1}{\theta} \quad (19)$$

وابستگی دم – پایین تابع گامبل برابر صفر ( $\lambda_L = 0$ ) و وابستگی دم – بالای آن از رابطه زیر بدست می‌آید (کایلئوت و گوئگان، ۲۰۰۵):

$$\lambda_U = 2 - 2^{\frac{1}{\theta}} \quad (20)$$

۵. تابع کاپولای فرانک  
تابع کاپولای فرانک، توسط فرانک<sup>۲</sup> (۱۹۷۹) معرفی شد و دارای توابع توزیع و چگالی زیر است:

$$\begin{cases} C(u, v) = -\frac{1}{\theta} \ln \left( 1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{e^{-\theta} - 1} \right), & \theta \in R - \{0\} \\ c(u, v) = \frac{\theta e^{\theta(u+v)}(e^\theta - 1)}{[e^{\theta(u+v)} - e^{\theta u} - e^{\theta v} + e^\theta]^2} \end{cases} \quad (21)$$

ویژگی‌های این تابع کاپولا بصورت زیر است:

<sup>1</sup> Caillault & Guegan

<sup>2</sup> Frank

- اگر  $\theta > 1$ ، در این حالت، وابستگی مثبت است.
  - اگر  $\theta \rightarrow \infty$ ، در این حالت تابع کاپولای فرانک به سمت کران بالایی فرشه - هافدینگ سوق پیدا می‌کند.
  - اگر  $\theta \rightarrow -\infty$ ، در این حالت تابع کاپولای فرانک به سمت کران پایینی فرشه - هافدینگ سوق پیدا می‌کند.
  - اگر  $\theta \rightarrow 0$ ، در این حالت بیانگر استقلال بین توزیع‌های حاشیه‌ای است.
  - اگر  $\theta < 0$ ، در این حالت وابستگی منفی است.
- تابع مولد کاپولای فرانک نیز عبارت است از:

$$\varphi(t) = -\ln\left(\frac{e^{-\theta t} - 1}{e^{-\theta} - 1}\right) \quad (22)$$

ضریب همبستگی رتبه‌ای کاپولای نیز برابر است با (نلسن، ۲۰۰۶):

$$\tau = 1 - \frac{4}{\theta} [1 - D_1(\theta)] \quad (23)$$

که در آن  $D_k$  بیانگر تابع دبای<sup>۱</sup> است:

$$D_k(x) = \frac{k}{x} \int_0^x \frac{t^k}{(e^t - 1)} dt \quad (24)$$

تابع کاپولای گامبل دارای وابستگی دم - پایین و بالای برابر صفر ( $\lambda_u = 0, \lambda_l = 0$ ) است (کایلنوت و گوئگان، ۲۰۰۵).

به منظور انتخاب مناسبترین مدل کاپولای متغیر با زمان، از دو معیار اطلاعاتی آکائیک (AIC) و بیزین (BIC) استفاده می‌شود که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} AIC &= -2CML + 2k \\ BIC &= -2CML + \log(n) \times k \end{aligned} \quad (25)$$

که در آن،  $k$  نشان‌دهنده تعداد پارامترهای هر یک از مدل‌های کاپولا است. مدلی که دارای کمترین مقدار AIC و BIC باشد، به عنوان بهترین مدل در نظر گرفته می‌شود.

### ۳،۲،۳. مرحله سوم: محاسبه WCVaR و Sharp Ratio پرتفولیو

مدل میانگین - واریانس (MV) توسط مارکوویتز (۱۹۵۲) به عنوان چارچوبی برای انتخاب سبد سهام ارائه شد. در این مدل، بازدهی سرمایه‌گذاری با استفاده از بازدهی مورد انتظار و ریسک با استفاده از واریانس محاسبه می‌شود. سرمایه‌گذاران منطقی همواره به دنبال دستیابی به حداقل ریسک برای یک سطح مشخص از بازدهی یا حداکثر بازدهی برای یک سطح مشخص از ریسک هستند تا از طریق تشکیل یک پرتفولیوی بهینه، انتظارات خود را به حداکثر برسانند. هدف اصلی مدل MV، ایجاد توازن

<sup>1</sup> Debye function

بین حداکثرسازی بازدهی و حداقلسازی ریسک است که به عنوان یک مسئله بهینه سازی چندهدفه فرمول بندی می شود:

$$\begin{aligned}
 & \min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij} \\
 & \max \sum_{i=1}^n x_i \mu_i \\
 & \text{s.t.} \quad \begin{cases} \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ 0 \leq x_i \leq 1, \forall i = 1, \dots, n \end{cases}
 \end{aligned} \tag{۲۶}$$

که در آن  $\sigma_{ij}$  کواریانس بین سهم  $i$  و سهم  $j$  است،  $x_i$  و  $x_j$  بیانگر نسبت مقدار اولیه، و  $\mu_i$  بیانگر بازدهی مورد انتظار سهم  $i$  است.

برای تبدیل این مسئله چندهدفه به یک مسئله تک هدفه، چن و همکاران (۲۰۲۱) از ضریب گریز از ریسک  $\lambda$  استفاده کردند. این ضریب، ترجیحات سرمایه گذاران را در قبال ریسک و بازدهی منعکس می کند و مسئله بهینه سازی به شکل زیر بیان می شود:

$$\begin{aligned}
 & \min \lambda \left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij} \right] - (1 - \lambda) \sum_{i=1}^n x_i \mu_i \\
 & \text{s.t.} \quad \begin{cases} \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ 0 \leq x_i \leq 1, \forall i = 1, \dots, n \end{cases}
 \end{aligned} \tag{۲۷}$$

که در آن ضریب گریز از ریسک  $\lambda$  بین صفر و ۱ است.  $\lambda=0$  بیانگر اینست که سرمایه گذار خیلی ریسک پذیر بوده و به دنبال بازدهی بیشینه بدون در نظر گرفتن ریسک است. در عوض،  $\lambda=1$  به معنای این است که سرمایه گذار خیلی ریسک گریز است و به دنبال حداقل کردن ریسک بدون در نظر گرفتن بازدهی است (لین<sup>۱</sup> و همکاران، ۲۰۲۱).

معیارهای متعددی برای سنجش ریسک وجود دارد. یکی از معیارهای متداول، ارزش در معرض ریسک (VaR) است؛ با این حال، این معیار با انتقادات متعددی مواجه شده است، زیرا یک معیار منسجم از ریسک محسوب نمی شود و تنها یک صدک از توزیع زیان را نشان می دهد، بدون اینکه به زیان های بالقوه در نواحی دم توزیع (شرایط بحرانی) توجه داشته باشد. به همین دلیل، ارزش در معرض ریسک شرطی (CVaR) توسط زگو<sup>۲</sup> (۲۰۰۵) به عنوان جایگزینی برای VaR پیشنهاد شد. CVaR به عنوان یک معیار ریسک منسجم، قابلیت ارزیابی دقیق تری از زیان های انتهایی توزیع نسبت به VaR دارد. در ادامه این روند، رستم و کاکوریس<sup>۳</sup> (۲۰۱۴) مفهوم کاپولا-CVaR را معرفی کردند و در نهایت، این مفهوم را به کاپولا-بدترین حالت CVaR (WCVaR) توسعه

<sup>1</sup> Lin

<sup>2</sup> Szegő

<sup>3</sup> Rustem & Kakouris

دادند که در سناریوهای بحرانی، ارزیابی دقیقتری از ریسک ارائه می‌دهد.

**تعریف VaR.** بردار  $w \in W \subset \mathbb{R}^m$  به عنوان بردار متغیرها، و  $u \in I^m$  به عنوان یک بردار تصادفی،  $g(w, u)$  را تابع هزینه و  $F(x) = (F_1(x_1), L, F_n(x_n))^T$  مجموعه توزیع‌های حاشیه که در آن  $u = F(x)$  در نظر بگیریم. علاوه بر این، فرض کنیم که  $u$  دارای توزیع پیوسته با تابع کاپولای  $c(\cdot)$  باشد. در اینصورت برای سطح اطمینان  $\beta$  خواهیم داشت:

$$VaR_\beta(w) = \min\{\alpha \in \mathbb{R} : C(u | \tilde{g}(w, u) \leq \alpha) \geq \beta\} \quad (28)$$

**تعریف CVaR.** با داشتن  $w, u, F(x)$  و  $g(w, u)$  در تعریف VaR، در سطح اطمینان  $\beta$  داریم:

$$CVaR_\beta(w) = \frac{1}{1-\beta} \int_{\tilde{g}(w, u) \geq VaR_\beta(w)} \tilde{g}(w, u) c(u) du \quad (29)$$

**تعریف WCVaR.** WCVaR برای یک  $w \in W \subset \mathbb{R}^m$  ثابت در سطح اطمینان  $\beta$  برحسب  $c(\cdot)$  بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$WCVaR_\beta(w) = \sup_{c(\cdot) \in C} CVaR_\beta(w) \quad (30)$$

ضریب شارپ یا Sharpe ratio معیاری است که برای ارزیابی عملکرد سرمایه‌گذاری استفاده می‌شود. این معیار نسبت بین بازده سرمایه‌گذاری به ریسک آن را نشان می‌دهد. برای محاسبه ضریب شارپ، ابتدا بازده پرتفولیو منهای ریسک بازدهی بدون ریسک (نرخ بهره بانکی) به دست می‌آید. سپس این مقدار تقسیم بر انحراف معیار آن می‌شود. مقدار حاصله نشان دهنده بازدهی اضافی سرمایه‌گذاری نسبت به ریسک متوسط آن است. ضریب شارپ بالا نشان دهنده این است که سرمایه‌گذاری با بازدهی بیشتر در مقایسه با ریسک متوسط خود دارد (خورشید<sup>۱</sup> و همکاران، ۲۰۲۵). فرمول محاسبه این نسبت به صورت زیر است:

$$\text{SharpRatio} = \frac{R_p - R_f}{\sigma(R_p - R_f)} \quad (31)$$

که در آن  $R_p$  بازدهی پرتفولیو،  $R_f$  بازدهی بدون ریسک و  $\sigma$  انحراف استاندارد است.

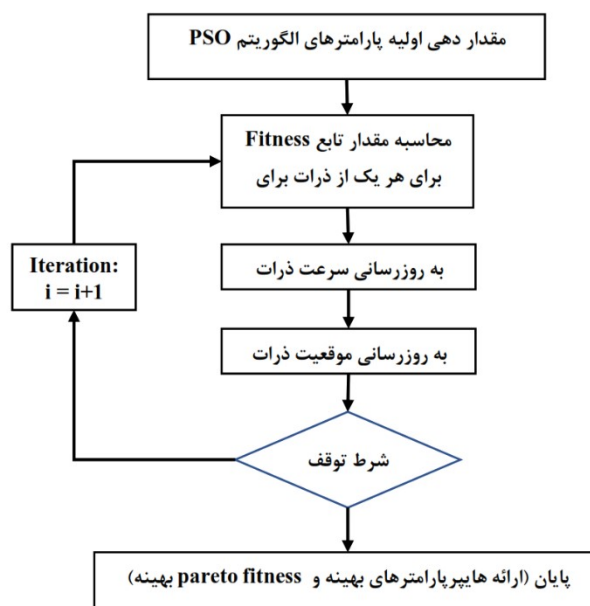
#### ۴،۲،۳. مرحله چهارم: بهینه‌سازی چندهدفه

بهینه‌سازی پرتفولیو در این تحقیق بصورت همزمان و یکپارچه با تخمین پارامتر وابستگی متغیر با زمان مدل کاپولا و وزن پرتفولیو با استفاده از الگوریتم MOPSO، با در نظر گرفتن تابع دو هدفه زیر انجام می‌شود:

$$\text{Fiteness} = \begin{cases} \min WCVaR \\ \max \text{SharpRatio} \end{cases} \quad (32)$$

شماتیک روش بهینه‌سازی PSO در شکل ۲ نشان داده شده است. در الگوریتم PSO ابتدا پارامترها بصورت تصادفی (در فضای جستجو) مقداردهی اولیه می‌شوند، سپس به ازای این مقادیر ایجاد شده تابع برازندگی محاسبه می‌شود. سپس سرعت ذرات و موقعیت آنها به روز رسانی شده و مجدد تابع برازندگی محاسبه می‌شود. تا زمانی که شرط خاتمه (رسیدن به تعداد تکرار مشخص یا تلورانس مشخص) برقرار شود مراحل تکرار می‌شود تا الگوریتم به همگرایی برسد.

<sup>1</sup> Khurshid



شکل ۲. شماتیک الگوریتم PSO.

### ۳، ۲، ۵. متغیرهای پژوهشی

متغیرهای پژوهش حاضر در جدول ۳ نشان داده شده است. متغیرهای اصلی شامل قیمت بسته شدن، وابستگی حاشیه ای، WCVaR، و نسبت شارپ مورد بررسی قرار گرفته اند. قیمت بسته شدن به عنوان متغیر مستقل و کمی، از داده های روزانه بازار بورس استخراج شده و پایه ای برای تحلیل های بعدی فراهم می کند. وابستگی حاشیه ای، که به عنوان متغیر وابسته میانی و کمی در نظر گرفته شده است، با استفاده از مدل کاپولا محاسبه می شود و ساختار وابستگی بین بازدهی سهام را مدل سازی می کند. WCVaR، به عنوان متغیر وابسته و کمی، ریسک های افراطی را در شرایط بحرانی بازار ارزیابی می کند و با استفاده از مدل ارزش در معرض ریسک شرطی در بدترین حالت محاسبه می شود. نسبت شارپ نیز به عنوان متغیر وابسته و کمی، عملکرد پرتفوی را از طریق نسبت بازدهی مورد انتظار به انحراف استاندارد بازدهی مورد انتظار اندازه گیری می کند و نشان دهنده بازدهی اضافی به ازای هر واحد ریسک است. این متغیرها در کنار یکدیگر، چارچوبی جامع برای تحلیل ریسک و بازدهی پرتفوی ایجاد می کنند و به سرمایه گذاران کمک می کنند تا تصمیم گیری های بهینه تری در مواجهه با نوسانات بازار داشته باشند.

جدول ۳. متغیرهای پژوهش

| عنوان متغیر      | نقش متغیر      | نوع متغیر    | نحوه اندازه گیری                                               | مقیاس  |
|------------------|----------------|--------------|----------------------------------------------------------------|--------|
| قیمت بسته شدن    | مستقل          | کمی - پیوسته | --                                                             | --     |
| وابستگی حاشیه ای | وابسته (میانی) | کمی - پیوسته | مدل کاپولا                                                     | --     |
| WCVaR            | وابسته         | کمی - پیوسته | مدل ارزش در معرض ریسک شرطی                                     | ۰ تا ۱ |
| Sharp Ratio      | وابسته         | کمی - پیوسته | نسبت بازدهی مورد انتظار بر انحراف استاندارد بازدهی مورد انتظار | ۰ تا ۱ |



### ۳. یافته‌های تحقیق

در این تحقیق، داده‌های قیمت پایانی ۱۱۷ شرکت پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران طی بازه زمانی ۲۰۱۲ (۱۳۹۱) تا ۲۰۲۴ (۱۴۰۲) مورد تحلیل قرار گرفته است. در مجموع، ۲۸۹۸ مشاهده از قیمت پایانی شرکت‌ها جمع‌آوری شد که میانگین قیمت پایانی برابر با ۳۵۹۲/۹۳ ریال و انحراف معیار آن ۴۳۶۷/۹۴ ریال محاسبه گردید. انحراف معیار بالا نشان‌دهنده پراکندگی قابل توجه قیمت‌ها در بین شرکت‌هاست، به طوری که کمینه قیمت پایانی ۱۹۶/۷۱ ریال و بیشینه آن به ۱۵۷۲۵/۳۳ ریال رسیده است. این اختلاف چشمگیر بین کمترین و بیشترین قیمت، حاکی از تنوع گسترده ارزش بازار شرکت‌های حاضر در نمونه است.

توزیع قیمت‌های پایانی از طریق هیستوگرام (شکل ۳) بررسی شد. این نمودار نشان می‌دهد که بیشترین فراوانی قیمت‌ها در محدوده پایین‌تر (زیر ۴۰۰۰ ریال) متمرکز است، در حالی که تعداد محدودی از شرکت‌ها به سطوح قیمتی بسیار بالاتر (بالای ۱۰۰۰۰ ریال) دست یافته‌اند. این الگو با مقادیر چارک‌ها نیز تأیید می‌شود (جدول ۴):

- ۲۵٪ از داده‌ها زیر ۴۱۵/۱۱ ریال (چارک اول)،
- ۵۰٪ زیر ۵۹۸/۱۶ ریال (میانه)،

- و ۷۵٪ زیر ۷۲۰۶/۷۱ ریال (چارک سوم) قرار دارند.

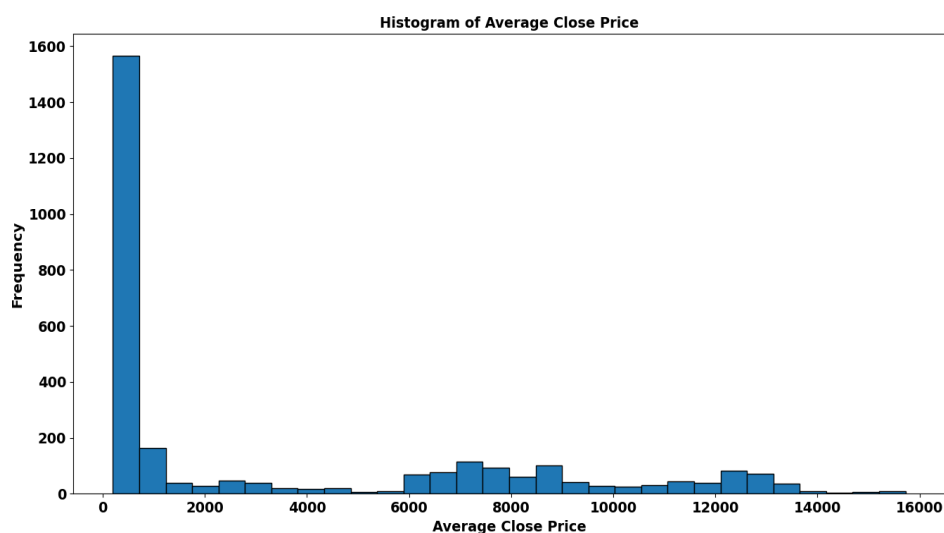
اختلاف فاحش بین میانه (۵۹۸/۱۶) و میانگین (۳۵۹۲/۹۳) و همچنین چارک سوم (۷۲۰۶/۷۱) و بیشینه (۱۵۷۲۵/۳۳)، گویای چولگی شدید به سمت راست در توزیع داده‌هاست. این امر ناشی از وجود تعداد محدودی شرکت با قیمت‌های بسیار بالا است که میانگین را به شکل معناداری تحت تأثیر قرار داده‌اند. چنین توزیعی لزوم استفاده از روش‌های آماری مقاوم به ناهنجاری‌ها (مانند مدل‌های مبتنی رویارویی با ریسک در بدترین حالت) را در تحلیل پرتفولیو توجیه می‌کند.

از سوی دیگر، نمودار سری زمانی شکل ۴ روند تغییرات میانگین قیمت پایانی را از سال ۲۰۱۲ تا ۲۰۲۴ نشان می‌دهد. این نمودار بیانگر نوسانات قابل توجه در بازه‌های مختلف است:

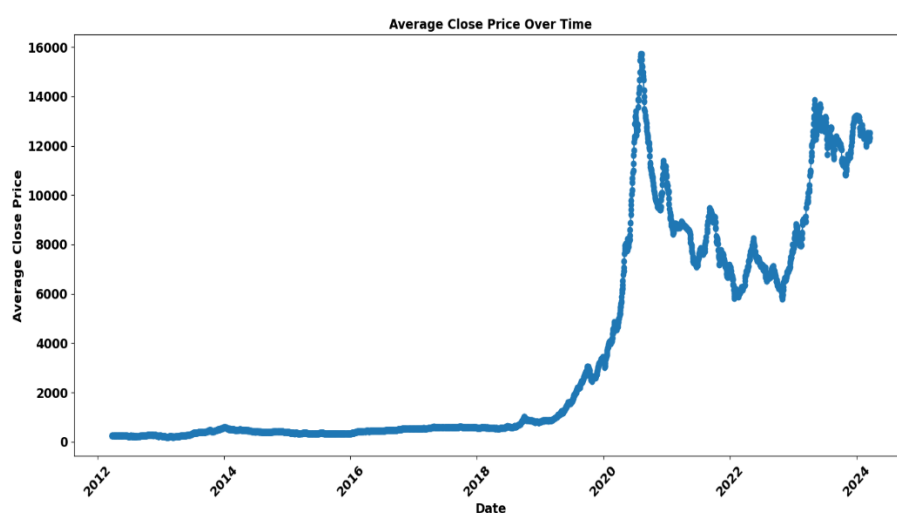
- افزایش تدریجی قیمت‌ها از سال ۲۰۱۲ تا ۲۰۱۶،
- رشد شتابان از سال ۲۰۱۸ تا ۲۰۲۲ (با اوجگیری در ۲۰۲۲)،
- و کاهش نسبی در سال‌های اخیر (۲۰۲۳-۲۰۲۴).

این نوسانات می‌تواند تحت تأثیر عوامل کلان اقتصادی، تحولات بازار سرمایه ایران، یا تغییرات در ارزش ذاتی شرکت‌ها باشد.

پراکندگی بالا و چولگی داده‌ها ضرورت استفاده از مدل‌های ریسک پویا (مانند GARCH-dCopula) را تقویت می‌کند، چرا که مدل‌های ایستا قادر به انعکاس تغییرپذیری شدید و وابستگی‌های غیرخطی بین دارایی‌ها نیستند. از سوی دیگر، وجود داده‌های پرت در سطوح قیمتی بالا، لزوم به‌کارگیری معیارهای ریسک محافظه‌کارانه مانند WCVaR را برجسته می‌سازد تا اثرات سناریوهای بحرانی در بهینه‌سازی پرتفولیو در نظر گرفته شود. همچنین نوسانات زمانی قیمت‌ها اهمیت به‌روزرسانی پویای پارامترهای مدل (با تکنیک پنجره لغزشی) و ادغام معیارهای چندهدفه (نظیر نسبت شارپ) را برای دستیابی به توازن بین بازده و ریسک در شرایط واقعی بازار تأیید می‌کند.



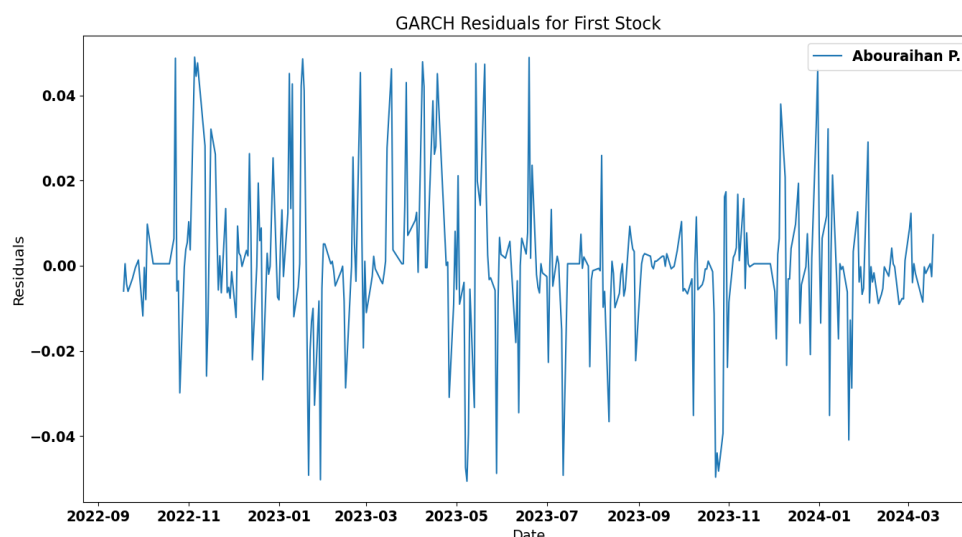
شکل ۳. نمودار هیستوگرام قیمت شرکتهای مورد مطالعه



شکل ۴. میانگین قیمتی شرکتهای مورد مطالعه.

جدول ۴. آمار توصیفی میانگین سری زمانی قیمت بسته شدن سهام

| پارامتر          | مقدار (ریال) |
|------------------|--------------|
| میانگین          | 3592.926     |
| انحراف استاندارد | 4367.935     |
| کمینه            | 196.7143     |
| چارک اول         | 415.1098     |
| چارک دوم         | 598.1637     |
| چارک سوم         | 7206.706     |
| بیشینه           | 15725.33     |

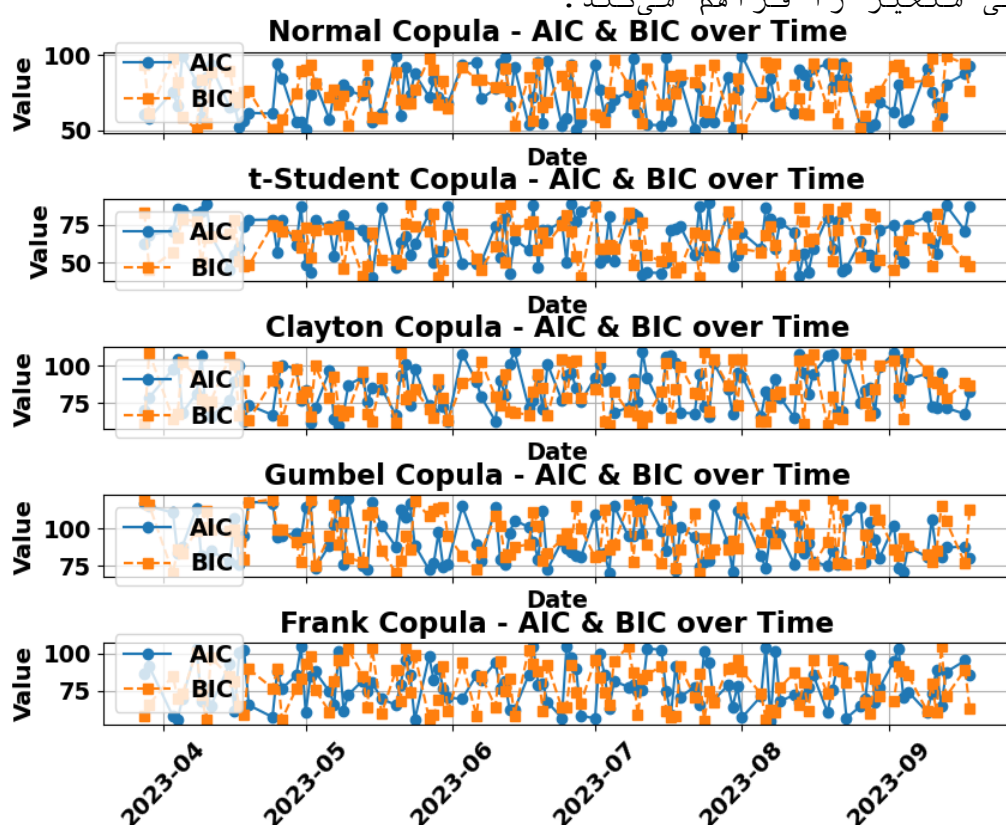


شکل ۵. سری زمانی ترم پسماند مدل GARCH برای شرکت دارویی ابوریحان.

فرآیند مدل‌سازی ریسک پرتفولیو با محاسبه بازدهی لگاریتمی سهام آغاز شد. این معیار به دلیل ویژگی‌های مطلوبی مانند تقارن و حذف اثر مقیاس، به عنوان پایه‌ای برای تحلیل نوسانات انتخاب گردید. در گام بعدی، مدل GARCH برای توصیف نوسانات شرطی بازدهی هر سهم برآزش داده شد. مدل GARCH (۱,۱) به دلیل سادگی و توانایی در اثرات پایدار نوسانات، به عنوان چارچوب پایه انتخاب گردید. پس از برآزش مدل، سری زمانی پسماندهای استاندارد شده برای هر دارایی استخراج شد. این پسماندها، نوسانات باقیمانده پس از حذف اثرات خودهمبستگی و ناهمسانی واریانس را نشان می‌دهند و به عنوان ورودی اصلی برای مدل‌سازی وابستگی بین دارایی‌ها در مرحله بعد استفاده شدند. نمودار پسماندهای GARCH برای دارویی ابوریحان که در شکل ۵ ترسیم شده است، به عنوان نمونه‌ای نمایانگر از خروجی این مرحله ارائه شده است. این نمودار نشان می‌دهد که پسماندها حول میانگین صفر نوسان می‌کنند و هیچ الگوی باقیمانده‌ای (مانند خوشه‌بندی نوسانات یا روند) در آنها مشاهده نمی‌شود. این نتیجه، نشان‌دهنده کفایت مدل GARCH در توصیف نوسانات شرطی بازدهی این سهم است.

هر یک از کاپولاها ویژگی‌های منحصر به فردی در توصیف ساختار وابستگی بین متغیرها ارائه می‌دهند که انتخاب بهینه آن‌ها را به شرایط بازار وابسته می‌سازد. کاپولای نرمال: وابستگی متقارن و خطی را مدل می‌کند. این کاپولا فاقد توانایی در وابستگی‌های دم‌سنگین است و برای بازارهای با نوسانات ملایم مناسب است. کاپولای تی – استیودنت وابستگی متقارن اما با ضخامت دم‌های مشترک (دم‌سنگین) را توصیف می‌کند. این مدل برای دوره‌هایی که احتمال رخداد شوک‌های همزمان در بازدهی دارایی‌ها بالا است، کاربرد دارد. کاپولای کلایتون وابستگی نامتقارن با تمرکز بر دم پایینی را مدل می‌کند. این کاپولا برای شرایطی که همبستگی بین دارایی‌ها در زمان کاهش شدید قیمت‌ها افزایش می‌یابد، مناسب است. کاپولای گامبل وابستگی نامتقارن با تمرکز بر دم بالایی را توصیف می‌کند. این مدل در بازارهای صعودی شدید یا هنگام افزایش همزمان قیمت‌ها کارایی بالایی دارد. کاپولای فرانک وابستگی متقارن را بدون وجود اثر دم‌سنگین مدل می‌کند. این کاپولا برای داده‌هایی با وابستگی ضعیف تا متوسط و توزیع‌های فاقد داده‌های پرت شدید مناسب است. با استفاده از تکنیک پنجره لغزشی (طول پنجره: ۲۵۲ روز)، پارامترهای هر کاپولا به صورت متغیر با زمان برآورد شدند و در هر بازه، مدلی که کمترین مقادیر AIC و BIC را داشت، به عنوان بهینه انتخاب گردید.

(شکل ۶). نمودار پسماندهای استاندارد شده GARCH برای دارویی ابوریحان (شکل ۵) نشان می‌دهد که توزیع خطاها به نرمال نزدیک است. این نتیجه، فرضیات پایه کاپولاهای نرمال و فرانک را تقویت می‌کند. با این حال، در بازه‌هایی که چولگی یا کشیدگی در پسماندها مشاهده شد (مانند ۲۰۲۰-۲۰۲۱)، مدل‌های تی - استیودنت و کلایتون به دلیل انعطاف در مدل‌سازی دم‌ها، برتری واضحی یافتند. مقدار میانگین معیارهای AIC و BIC کاپولاهای نیز در جدول ۶ نشان داده شده است. بر اساس این جدول، کاپولای تی - استیودنت به عنوان مدل برتر انتخاب می‌شود، زیرا کمترین مقادیر AIC و BIC را دارد. با این حال، تفاوت بین کاپولای نرمال، فرانک، و گامبل کم است، که نشان می‌دهد این سه مدل عملکرد مشابهی در این داده‌ها دارند. در صورت نیاز به مدل‌سازی وابستگی‌های پیچیده‌تر (مانند دم‌سنگین یا نامتقارن)، کاپولای گامبل یا فرانک نیز می‌توانند گزینه‌های مناسبی باشند. بنابراین، انتخاب پویا نشان داد که هیچ مدل کاپولایی به تنهایی برای تمام شرایط بازار مناسب نیست. ترکیب پنجره لغزشی با معیارهای AIC/BIC، انعطاف لازم برای تطبیق با ساختارهای وابستگی متغیر را فراهم می‌کند.



شکل ۶. مقادیر معیارهای AIC و BIC مدل‌های کاپولای مورد مطالعه در طول زمان.

جدول ۶. مقادیر میانگین معیارهای AIC و BIC مدل‌های کاپولای مورد مطالعه

| مدل کاپولا    | میانگین AIC | میانگین BIC |
|---------------|-------------|-------------|
| نرمال         | ۷۲/۲۹       | ۷۶/۷۸       |
| گامبل         | ۹۵/۷۷       | ۹۴/۹۴       |
| فرانک         | ۷۸/۱۴       | ۸۰/۲۱       |
| کلایتون       | ۸۶/۲۱       | ۸۵/۶۶       |
| تی - استیودنت | ۶۵/۷۹       | ۶۵/۸۸       |

پس از محاسبه وابستگی‌های پویا توسط مدل کاپولای پویا که توسط الگوریتم PSO بهینه می‌شود، نتایج حاصل از پیاده‌سازی الگوریتم PSO برای بهینه‌سازی همزمان دو معیار نسبت شارپ و WCVaR ارائه می‌شود. این تحلیل بر اساس خروجی‌های نموداری و جدولی صورت گرفته است که شامل نمودار پرتو (Pareto Front)، جدول وزن‌های بهینه پرتفولیو، و نمودار همگرایی الگوریتم می‌باشد. در ادامه، هر یک از این اجزا به تفصیل بررسی شده و پیامدهای کاربردی آن‌ها در مدیریت پرتفولیو تشریح می‌گردد.

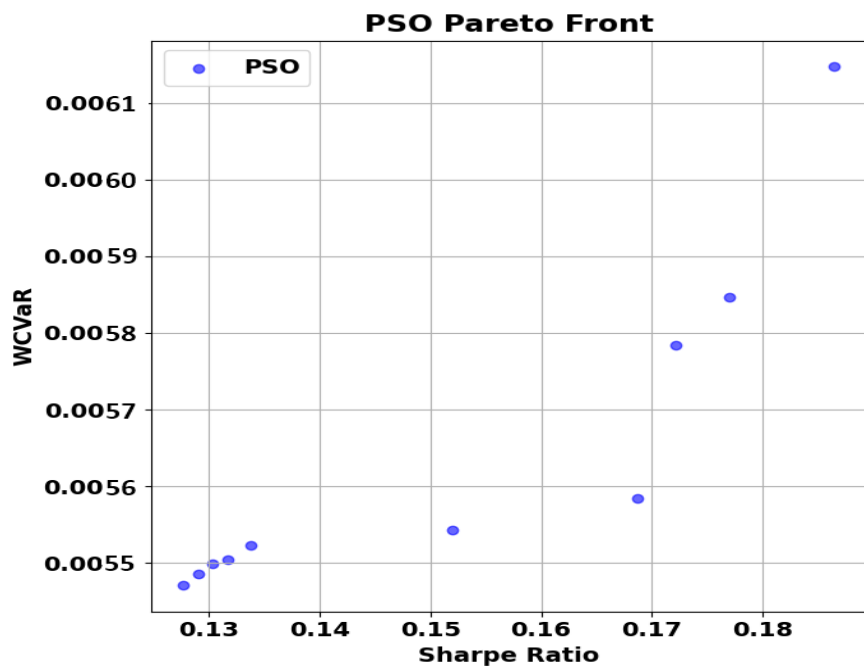
نمودار پرتو که در شکل ۷ نمایش داده شده است، مجموعه‌ای از پرتفولیوهای بهینه را نشان می‌دهد که در آن هیچ یک از راه‌حل‌ها بر دیگری برتری کامل ندارد. به عبارت دیگر، بهبود یک معیار (مثلاً کاهش ریسک) تنها با کاهش در معیار دیگر (مثلاً بازده) امکان‌پذیر است. این نمودار به سرمایه‌گذاران اجازه می‌دهد تا بر اساس سطح ریسک‌پذیری و انتظارات بازدهی، بهترین ترکیب دارایی را انتخاب کنند.

- منطقه کم‌ریسک (سمت چپ نمودار): پرتفولیوهای این ناحیه دارای WCVaR پایین و نسبت شارپ کم هستند. این ترکیبات عموماً شامل سهام شرکت‌های با نوسانات کم، نظیر صنایع دارویی و مصرفی می‌شوند که در دوره‌های بحرانی ثبات بیشتری نشان می‌دهند.

- منطقه متوازن (مرکز نمودار): پرتفولیوهای این بخش، توازن بین ریسک و بازده ایجاد می‌کنند. WCVaR در این ناحیه بین ۳/۴٪ تا ۳/۶٪ و نسبت شارپ بین ۱/۱ تا ۱/۲ است. وزن دارایی‌ها در این حالت به صورت ترکیبی از سهام با نوسانات متوسط (مانند بانک‌ها و خودروسازان) و درصد کمتری از سهام پرنوسان (مانند فناوری) اختصاص می‌یابد.

- منطقه پرریسک (سمت راست نمودار): این پرتفولیوها با WCVaR بالا (بالای ۳/۶٪) و نسبت شارپ قابل توجه (۱/۴ تا ۱/۳۵) مشخص می‌شوند. سهام حاضر در این ترکیبات عمدتاً متعلق به صنایع پرنوسان است که پتانسیل بازدهی کوتاه‌مدت بالایی دارند.

سرمایه‌گذاران محافظه‌کار می‌توانند پرتفولیوهای سمت چپ را انتخاب کنند، در حالی که سرمایه‌گذاران تهاجمی با تحمل ریسک بالا، گزینه‌های سمت راست را ترجیح می‌دهند. این انعطاف‌پذیری، نشان‌دهنده قدرت رویکرد چندهدفه در پاسخگویی به نیازهای متنوع بازار است. جدول وزن‌های بهینه که ترکیب دارایی‌های برتر را نشان می‌دهد در (جدول ۷) نشان داده شده است. این جدول، توزیع وزن سه پرتفولیوی شاخص (کم‌ریسک، متوازن، و پرریسک) را نشان می‌دهد. پرتفولیو متوازن، به دلیل توزیع وزن هوشمندانه، بیشترین تقاضا را در بین سرمایه‌گذاران نهادی دارد. در مقابل، پرتفولیو پرریسک، جذابیت بالایی برای معامله‌گران کوتاه‌مدت دارد که به دنبال سودهای سریع هستند.



شکل ۷. نمودار پرتو الگوریتم PSO.

جدول ۷. وزن بهینه پرتفولیوی سهام مورد مطالعه با الگوریتم PSO

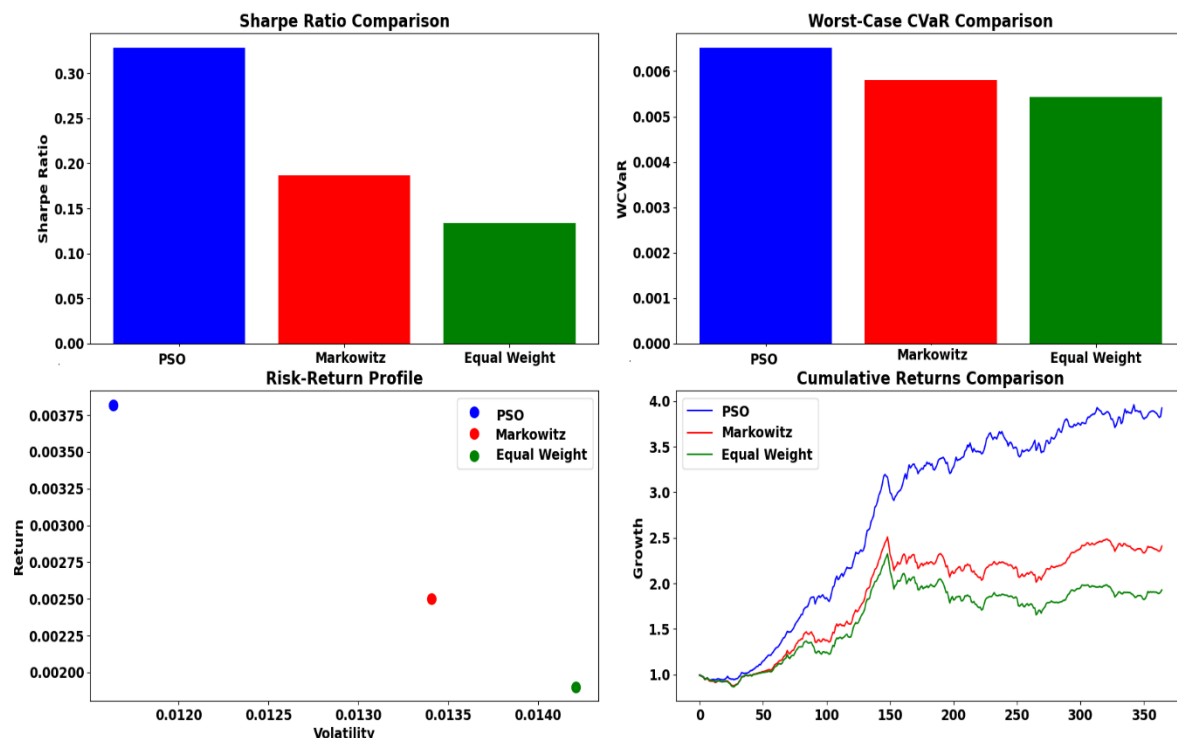
| نام سهم         | وزن   | نام سهم         | وزن   | نام سهم           | وزن   | نام سهم         | وزن   |
|-----------------|-------|-----------------|-------|-------------------|-------|-----------------|-------|
| Abouraihan P.   | 0.006 | I. Pegah Dairy  | 0.015 | Magsal Agri.      | 0.007 | Shahroud Cement | 0.000 |
| Absal           | 0.009 | I. T. Foundry   | 0.002 | Melli Ind. Grp.   | 0.001 | Shazand Petr.   | 0.006 |
| Alborz Darou    | 0.017 | Ind. & M. L.    | 0.010 | Motorsazan        | 0.010 | Shiraz Petr.    | 0.009 |
| Aluminium R.    | 0.005 | Ind. & Mine Inv | 0.003 | N. I. L. Z.       | 0.000 | Sina Darou Lab. | 0.010 |
| Alvand Tile     | 0.002 | Inf. Services   | 0.002 | Nirou Moharreke   | 0.005 | Sina Fin. Ins.  | 0.010 |
| Ama             | 0.017 | Insurance Inv.  | 0.006 | Nirou Trans       | 0.009 | Sina Tile       | 0.004 |
| Amin Pharm.     | 0.001 | Iran Amlah      | 0.017 | Omid Inv. Mng.    | 0.013 | Takceram        | 0.000 |
| Atye Damavand   | 0.017 | Iran Board      | 0.003 | Oroumiiyeh Cem.   | 0.014 | Tehran Cement   | 0.000 |
| Bahman Inv.     | 0.006 | Iran Carbon     | 0.016 | Pak Dairy         | 0.006 | Tuka Trans.     | 0.011 |
| Bahonar Copper  | 0.004 | Iran Carton     | 0.005 | Pars Darou        | 0.016 | VAMCO           | 0.008 |
| Bama            | 0.010 | Iran China Clay | 0.010 | Pars Khazar       | 0.017 | Zamyad          | 0.007 |
| Behnoush Iran   | 0.011 | Iran Combine    | 0.015 | Pars Oil          | 0.016 |                 |       |
| Behran Oil      | 0.017 | Iran Ferr.      | 0.004 | Pars Shahab       | 0.001 |                 |       |
| Buali Inv.      | 0.015 | Iran Glass Wool | 0.015 | Pars Switch       | 0.010 |                 |       |
| Butane Group    | 0.004 | Iran Khodro     | 0.017 | Pars Tile         | 0.006 |                 |       |
| Calcimine       | 0.003 | Iran M. & P. M. | 0.016 | Parsian Bank      | 0.004 |                 |       |
| Chadormalu      | 0.007 | Iran Mineral P. | 0.004 | Pension Fund      | 0.009 |                 |       |
| Chimidarou      | 0.004 | Iran Mn. Mines  | 0.014 | Petr. Tran.       | 0.009 |                 |       |
| Darab Cement    | 0.003 | Iran Motorcycle | 0.006 | Razak Lab.        | 0.006 |                 |       |
| Daroupakhash I. | 0.016 | Iran Refract.   | 0.016 | Razi P. Glasses   | 0.011 |                 |       |
| Daroupakhsh P.  | 0.007 | Iran Tire       | 0.007 | S EN Bank         | 0.007 |                 |       |
| Derakhshan Teh. | 0.008 | Iran Tractor    | 0.003 | S I. N. C. Ind.   | 0.016 |                 |       |
| Doroud Cement   | 0.005 | Iran Yasa Tire  | 0.014 | S Iran Transfo    | 0.008 |                 |       |
| DPI             | 0.015 | Isfahan Sugar   | 0.012 | S Mellat Bank     | 0.010 |                 |       |
| E. Kh. Shargh   | 0.005 | Jaam Darou      | 0.012 | S Mobarakeh Steel | 0.006 |                 |       |

|  |  |       |                  |       |                 |       |                 |
|--|--|-------|------------------|-------|-----------------|-------|-----------------|
|  |  | 0.009 | S North Drilling | 0.006 | Jaber Hayan P.  | 0.016 | Exir Pharm.     |
|  |  | 0.007 | S Rayan Saipa    | 0.017 | Kalber Dairy    | 0.009 | Fanavaran Petr. |
|  |  | 0.010 | S Saipa Inv.     | 0.007 | Karafarin Bank  | 0.006 | Fars Chem. Ind. |
|  |  | 0.007 | S Saipa          | 0.016 | Kaveh Paper     | 0.006 | Ghadir Inv.     |
|  |  | 0.014 | S Tejarat Bank   | 0.016 | Kerman Tire     | 0.000 | Ghadir Kh. L.   |
|  |  | 0.005 | Saadi Tile       | 0.002 | Kh. Pegah Dairy | 0.010 | Ghandi Cables.  |
|  |  | 0.017 | Saderat Bank     | 0.004 | Khark Petr.     | 0.002 | Gharb Cement.   |
|  |  | 0.002 | Sahand Rubber    | 0.016 | Khous. Steel    | 0.005 | Ghazvin Sugar   |
|  |  | 0.017 | Sarma Afarin     | 0.009 | Leasing Iran    | 0.000 | Gol-E-Gohar.    |
|  |  | 0.017 | Sepah Inv.       | 0.005 | Loghman Pharm.  | 0.002 | Gorji Biscuit   |

به منظور اعتبارسنجی نتایج حاصل از روش پیشنهادی، نتایج حاصل از آن با رویکرد مارکوویتز و پرتفوی با وزن مقایسه شد و در شکل ۸ ترسیم شد. در نمودار بالا - چپ که نسبت شارپ را نشان می‌دهد، مشخص است که پرتفوی PSO بالاترین مقدار شارپ را دارد و پس از آن، مدل مارکوویتز قرار می‌گیرد. وزن مساوی کمترین نسبت شارپ را نشان می‌دهد. این امر بیانگر آن است که روش PSO، به ازای هر واحد ریسک، بازدهی بیشتری را کسب کرده و در این مقیاس کاراتر عمل کرده است. با این حال، در نمودار بالا - راست که بدترین سناریوی CVaR را نشان می‌دهد (عدد پایین‌تر به معنای ریسک کمتری در شرایط بحرانی است)، پرتفوی وزن مساوی کمترین مقدار CVaR را دارد، سپس مارکوویتز و در نهایت PSO در جایگاه سوم قرار می‌گیرد. بنابراین اگر اولویت اصلی سرمایه‌گذار، مصون ماندن از زیان‌های شدید در بدترین شرایط بازار باشد، پرتفوی وزن مساوی به نظر محافظه‌کارانه‌تر عمل می‌کند. در بخش پایین - چپ، «پروفایل ریسک - بازده» هر یک از پرتفوی‌ها نمایش داده شده است. نقطه متناظر با PSO، بالاترین بازده را نسبت به دو روش دیگر دارد و در عین حال، سطح ریسک آن نیز در مقایسه با مارکوویتز اندکی متفاوت اما نزدیک است. مدل مارکوویتز به لحاظ بازدهی کمی پایین‌تر از PSO قرار گرفته و پرتفوی وزن مساوی هم در بخش بازده پایین‌تر و هم با نوسان بالاتر قابل مشاهده است. این توزیع نقاط نشان می‌دهد که مدل PSO در مجموع توازن مناسبی بین ریسک و بازده ایجاد کرده و مارکوویتز نیز با فاصله‌ای نه‌چندان زیاد، عملکرد قابل قبولی دارد. اما وزن مساوی با وجود ریسک نسبتاً بالاتر، بازده کمتری را نصیب سرمایه‌گذار می‌کند. در نهایت، نمودار پایین - راست روند «بازده تجمعی» را در طول دوره مورد بررسی نشان می‌دهد. در این بخش، منحنی مربوط به PSO بالاترین بازده نهایی را به خود اختصاص داده است و پس از آن، مارکوویتز در جایگاه دوم قرار می‌گیرد. منحنی وزن مساوی نیز کمترین بازده تجمعی را دارد. بنابراین می‌توان گفت در انتهای دوره، پرتفوی حاصل از PSO با بهره‌گیری از جست‌وجوی فراابتکاری چندهدفه توانسته است بازده نهایی بیشتری را ایجاد کند. به بیان دیگر، PSO در این بازه زمانی، رشد سرمایه بالاتری را در بلندمدت ارائه داده است؛ هرچند با توجه به معیار CVaR، ریسک زیان سنگین در شرایط بحرانی در این روش بالاتر گزارش شده است.

به طور خلاصه، هیچ‌یک از سه رویکرد، در تمامی معیارها بر دیگری به طور مطلق برتری ندارد و انتخاب بهترین روش تا حد زیادی وابسته به اولویت‌ها و سطح ریسک‌پذیری سرمایه‌گذار است. اگر معیار اصلی، کسب بالاترین نسبت شارپ باشد، PSO پیش‌تاز است. اگر سرمایه‌گذار بیش از هر چیز، نگران زیان‌های شدید باشد، پرتفوی وزن مساوی در سناریوهای بحرانی بهتر عمل می‌کند. در عین حال، اگر بازده تجمعی نهایی و رشد

سرمایه در طول زمان برای سرمایه‌گذار اهمیت ویژه داشته باشد، PSO توانسته است بالاترین بازده را محقق سازد و نشان می‌دهد رویکرد چندهدفه آن در بهره‌گیری از هر دو معیار شارپ و WCVaR، ظرفیت مناسبی برای تولید پرتفوی‌های سودآورتر در شرایط معمول بازار فراهم کرده است؛ هرچند نیازمند تحمل ریسک بالاتر در بدترین سناریوها خواهد بود.



شکل ۸. مقایسه عملکرد روش پیشنهادی با مدل مارکوویتز و پرتفوی با وزن یکسان

#### ۴. بحث و نتیجه‌گیری

پژوهش حاضر گامی اساسی در جهت ارتقای بهینه‌سازی پرتفوی و مدیریت ریسک در بازارهای مالی به‌شمار می‌آید. در این مطالعه با بهره‌گیری از مدل‌سازی پویای وابستگی دارایی‌ها از طریق ترکیب مدل GARCH-dCopula و استفاده از تکنیک پنجره لغزشی، توانستیم به دقت تغییرات و نوسانات پیچیده موجود در بازار را شناسایی کنیم. از سوی دیگر، به کارگیری الگوریتم فراابتکاری PSO در چارچوب بهینه‌سازی چندهدفه، امکان ادغام همزمان معیارهایی همچون نسبت شارپ و WCVaR را فراهم آورده و نتایج تجربی نشان می‌دهد که این رویکرد نسبت به مدل کلاسیک مارکوویتز عملکرد برتری دارد. یافته‌های حاصل از این پژوهش نشان می‌دهد که توجه به پویایی‌های بازار و به‌روزرسانی مداوم پارامترهای وابستگی می‌تواند پاسخگوی نیازهای سرمایه‌گذاران در شرایط متغیر و بحرانی باشد. از منظر کاربردی، این رویکرد نوین امکان ارائه پرتفوی‌های بهینه‌ای را می‌دهد که با توجه به سطح ریسک‌پذیری سرمایه‌گذاران، تعادل مطلوب بین ریسک و بازده را برقرار می‌کند و در شرایط بحرانی عملکرد بهتری نسبت به مدل‌های سنتی از خود نشان می‌دهد. در همین راستا، پیشنهاد می‌شود سیاست‌های حمایتی برای فناوری‌های مالی با ایجاد صندوق‌های نوآوری و برپایی آزمایشگاه‌های مشترک میان دانشگاه‌ها، بانک‌ها و شرکت‌های سرمایه‌گذاری پیاده‌سازی شود تا زمینه بهره‌برداری از مدل‌های پیشرفته مدیریت پرتفوی فراهم گردد. همچنین، از دیدگاه عملی توصیه می‌شود سرمایه‌گذاران از چارچوب‌های مدل‌سازی پویای ریسک همراه با الگوریتم



PSO بهره ببرند تا بتوانند در مواجهه با نوسانات بازار و تغییرات ناگهانی شرایط اقتصادی، به انتخاب پرتفوی‌های بهینه دست یابند. برای گسترش کاربرد و بهبود عملکرد این مدل‌ها، پیشنهاد می‌شود در تحقیقات آتی به ادغام الگوریتم‌های بهینه‌سازی با مدل‌های یادگیری عمیق پرداخته شود و اثر داده‌های غیرساختاری مانند اخبار و شبکه‌های اجتماعی بر پیش‌بینی ریسک به تفصیل بررسی گردد. علاوه بر این، توسعه نسخه‌های هیبریدی از الگوریتم PSO و استفاده از روش‌های یادگیری تقویتی می‌تواند زمان محاسبات را کاهش داده و دقت در تعیین وزن‌های بهینه توابع هدف را افزایش دهد. با توجه به ویژگی‌های منحصربه‌فرد بازار سرمایه ایران، نتایج حاصل از این پژوهش می‌تواند به عنوان الگویی عملی در سایر بازارهای مشابه مورد استفاده قرار گیرد و مسیر تحقیقات آینده در زمینه مدیریت ریسک و بهینه‌سازی پرتفوی را هموار سازد. در نهایت، این مطالعه نشان می‌دهد که ترکیب مدل‌سازی پویای ریسک با الگوریتم‌های فراابتکاری می‌تواند شکاف میان نظریه و عمل را کاهش داده و افق‌های نوینی را برای مدیریت سرمایه در محیط‌های پیچیده و نامتوازن ارائه دهد؛ رویکردی که هم پژوهشگران و هم فعالان بازار می‌توانند از آن در تدوین استراتژی‌های موثر و راهبردی بهره‌مند شوند.

## منابع

۱. ایازی، مهدی و ابطحی، سبدمهدی (۱۳۹۹)، بهینه‌سازی پرتفوی سهام با استفاده از رویکرد میانگین و نیم واریانس، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد مرودشت.
۲. تقی‌خواه‌خامی، نسرين، صلاحی، مازیار (۱۳۹۸)، مدل استوار میانگین – واریانس مارکوویتز، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه گیلان.
۳. داودی‌فر، نسیم (۱۳۹۹)، بهینه‌سازی مدل میانگین نیم واریانس در بازار مالی بین الملل توسط الگوریتم‌های PSO و GA و FA، فصلنامه علمی تخصصی رویکردهای پژوهشی نوین در مدیریت و حسابداری، دوره ۴ شماره ۴۸ (۱۳۹۹) ۱-۱۴.
۴. رضاشاطری، مریم؛ نصری، محمد؛ زینالی، مهدی. (۱۴۰۳). ارائه الگوی بهینه سبد سهام از طریق محدودیت تسلط تصادفی و کاهش ریسک گریزی مطلق، فصلنامه علمی اقتصاد و بانکداری اسلامی، شماره ۴۶، ۲۲۷-۲۵۲.
۵. واعظی، فرشته و همکاران (۱۴۰۰)، بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری بر مبنای توسعه مدل کوله پشتی، رساله دکتری، رشته مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران.

6. Alotaibi, T. S., Dalla Valle, L., & Craven, M. J. (2022). The Worst Case GARCH-Copula CVaR Approach for Portfolio Optimisation: Evidence from Financial Markets. *Journal of Risk and Financial Management*, 15(10), 482.
7. Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of econometrics*, 31(3), 307-327.
8. Caillault, C., & Guegan, D. (2005). Empirical estimation of tail dependence using copulas: application to Asian markets. *Quantitative Finance*, 5(5), 489-501.
9. Chen, W., Zhang, H., Mehlawat, M. K., & Jia, L. (2021). Mean-variance portfolio optimization using machine learning-based stock price prediction. *Applied Soft Computing*, 100, 106943.
10. Clayton, D. G. (1978). A model for association in bivariate life tables and its application in epidemiological studies of familial tendency in chronic disease incidence. *Biometrika*, 65(1), 141-151.
11. Duarte, G. V., & Ozaki, V. A. (2023). Modeling multivariate time series with copulas: Implications for pricing revenue insurance. *Revista Brasileira de Economia*, 77, e102023.
12. Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica: Journal of the econometric society*, 987-1007.
13. Frank, M. J. (1979). On the simultaneous associativity of  $F(x, y)$  and  $x + y - F(x, y)$ . *Aequationes mathematicae*, 19(1), 194-226.
14. Grossmass, L., & Poon, S. H. (2015). Estimating dynamic copula dependence using intraday data. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, 19(4), 501-529.
15. Kennedy, J., & Eberhart, R. (1995, November). Particle swarm optimization. In *Proceedings of ICNN'95-international conference on neural networks* (Vol. 4, pp. 1942-1948). IEEE.

16. Khurshid, S., Abdulla, M. S., & Ghatak, G. (2025). Optimizing sharpe ratio: risk-adjusted decision-making in multi-armed bandits. *Machine Learning*, 114(2), 32.
17. Lin, C. C., Tseng, C. H., & Ho, S. L. (2023, October). Applying Random Forest Algorithm and Mean-Variance Model in Portfolio Optimization in the China Stock Market. In *2023 IEEE 5th Eurasia Conference on IOT, Communication and Engineering (ECICE)* (pp. 361-364).
18. , S., & Teräsvirta, T. (2002). Evaluating GARCH models. *Journal of Econometrics*, 110(2), 417-435.
19. Ma, M., Song, S., Ren, L., Jiang, S., & Song, J. (2013). Multivariate drought characteristics using trivariate Gaussian and Student t copulas. *Hydrological processes*, 27(8), 1175-1190.
20. Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *Journal of Finance*.
21. Nelsen, R. B. (2006). An introduction to copulas. Springer Science & Business Media.
22. Patton, A. (2013). Copula methods for forecasting multivariate time series. *Handbook of economic forecasting*, 2, 899-960.
23. Rockafellar, R. T., & Uryasev, S. (2000). Optimization of conditional value-at-risk. *Journal of risk*, 2, 21-42.
24. Sklar, M. (1959). Fonctions de répartition à n dimensions et leurs marges. In *Annales de l'ISUP* (Vol. 8, No. 3, pp. 229-231).